Abitur 2012 Mathematik GK Infinitesimalrechnung Aufgabe A1

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = (x+1)^2 \cdot e^x$.

Teilaufgabe 1. (19 BE)

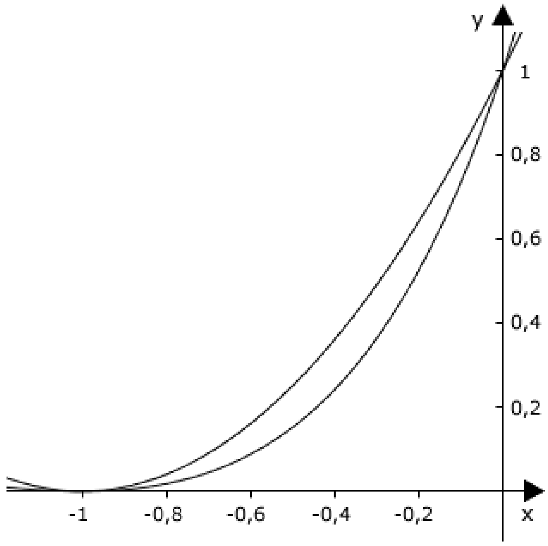
Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich der Funktion f sowie die Achsenschnittpunkte und die Hoch- und Tiefpunkte des Graphen der Funktion f.
Zeichnen Sie den Graphen von f in einem sinnvoll gewählten Ausschnitt des Koordinatensystems mit geeigneter Einteilung der Achsen.

Teilaufgabe 2. (6 BE)

Der Graph einer quadratischen Funktion p soll denselben Tiefpunkt $T(-1|0)$ und denselben Schnittpunkt $S_y(0|1)$ mit der y-Achse haben wie der Graph der Funktion f.
Leiten Sie her, dass die Funktion p mit $p(x) = (x+1)^2$ diese quadratische Funktion ist.

Teilaufgabe 3. (9 BE)

Im Material sind die Graphen von f und p über dem Intervall $[-1;0]$ zu sehen.



Begründen Sie, dass der obere Graph zur Funktion p gehört.

Die Graphen von f und p schließen im zweiten Quadranten mit den Koordinatenachsen jeweils eine Fläche ein. Berechnen Sie unter Verwendung von Stammfunktionen, wie groß der prozentuale Anteil der kleineren Fläche an der größeren Fläche ist.

Aus der Formelsammlung:

$$\int x \cdot e^x \, \mathrm{dx} = (x-1) \cdot e^x + C$$

$$\int x^2 \cdot e^x \, \mathrm{dx} = (x^2 - 2x + 2) \cdot e^x + C$$

Teilaufgabe 4. (6 BE)

Im Kasten wird der Verlauf der beiden Graphen über dem Intervall $[-1; 0]$ rechnerisch untersucht.

Erklären Sie die Bedeutung der im Kasten stehenden Zeilen.

Gehen Sie insbesondere darauf ein, welche Information über die Graphen durch diese Zeilen gewonnen wird.

1.1	$d(x) = p(x) - f(x) = (1 - e^x) \cdot (x+1)^2$
1.2	$d(x) > 0$ für alle x mit $-1 < x < 0$
1.3	$d(-1) = 0$ und $d(0) = 0$
2.1	$d'(x) = (x+1) \cdot [2 - e^x(x+3)]$
2.2	$d'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = -1$ oder $x_2 \approx -0{,}300$
3	$d(x_2) \approx 0{,}127$